COLEGIO SIERRA MORENA I.E.D.		Código – CACSM - G
“Por una escuela activa, viva, planeada y proyectada al siglo XXI”		
FORMATO UNICO PARA PRESENTACIÓN DE GUÍA DE TRABAJO		
DEPARTAMENTO: Matemáticas	SEDE: A	CORTE: 1
JORNADA: Fin de Semana	CICLO: V	

ASIGNATURA: Matemáticas - Trigonometría

DOCENTE: Adriana Aguillón **Email:** jadry2015@gmail.com

TIEMPO DE EJECUCIÓN DE LA GUÍA (horas de clase) 40 horas

TEMAS: 1. Ángulos 2. Medidas de ángulos 3. Clases de ángulos 4. Operaciones de ángulos 5. Triángulo rectángulo 6. Teorema de Pitágoras 7. Razones trigonométricas seno, coseno, tangente

PÁGINA WEB: www.sierramorenafindesemana.jimdo.com

LOGRO: Reconocer la importancia de los sistemas de medición y conversiones en problemas matemáticos y no matemáticos aplicados al diario vivir, utiliza adecuadamente los teoremas y leyes geométricas, interpreta datos por medio de gráficos.

Afectivo: Asumir actitud de trabajo, responsabilidad y compromiso con todas las actividades del área, reconociendo la importancia de la trigonometría como herramienta fundamental en la solución de situaciones problema cotidianos, valorando la precisión y la utilidad del lenguaje matemático como herramienta fundamental en la resolución de situaciones problema reales, reconociendo la importancia de la informática y las tecnologías como herramienta dinamizadora en su proceso de formación.

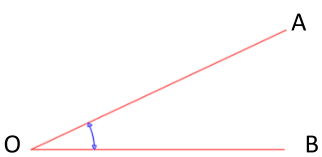
Cognitivo: Identificar y operar medidas de ángulos y establecer sus equivalencias, reconociendo y calculando las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, definiendo y calculando las funciones trigonométricas de cualquier ángulo, explorando y aplicando las medidas de tendencia central.

Expresivo: Resuelve e interpreta gráficas que involucran funciones trigonométricas y de variable real, demostrando identidades y solucionando ecuaciones trigonométricas, identificando y clasificando las secciones cónicas a partir de su definición geométrica, examinando y aplicando elementos básicos de la estadística en la solución de problemas.

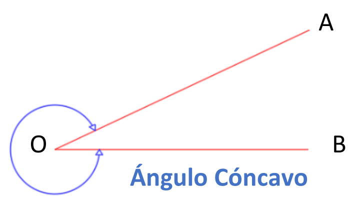
APELLIDOS Y NOMBRES:	**CICLO: V -**

1. ÁNGULOS:

Es la abertura formada por dos semirrectas o lados del ángulo, con un mismo origen llamado vértice. Cuando las semirrectas tienen un origen común determinan dos ángulos distintos; el menor de ellos se llama ángulo convexo y el mayor ángulo cóncavo.



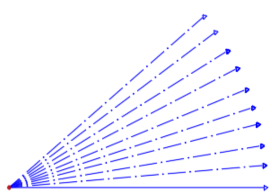
Ángulo Convexo

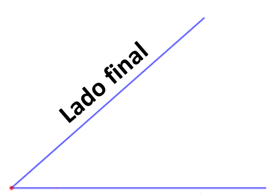


Ángulo Cóncavo

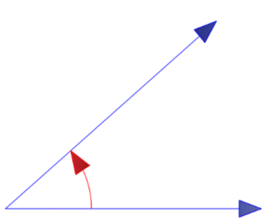
2.MEDIDA DE ÁNGULOS:

Un ángulo se forma al hacer rotar un rayo sobre un punto fijo.

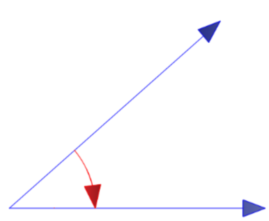




Cuando el rayo gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj se dice que el ángulo barrido es positivo; si lo hace con el mismo sentido se dice que es negati



Positivo



Negativo

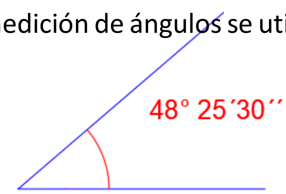
Para medir ángulos se utilizan grados y los radianes.

Un grado corresponde a $\frac{1}{360}$ de una rotación completa.

Para mayor precisión en la medición de ángulos se utilizan los minutos y segundos.

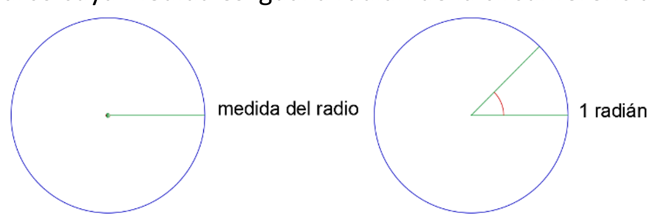
1 min = $\frac{1}{60}$ de grado

1 seg = $\frac{1}{60}$ de minuto



Ejemplo: El siguiente ángulo mide 48° 25´30´´

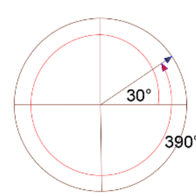
Un radian, equivale al ángulo central subtendido por un arco cuya medida es igual a radian de la circunferencia.



Dos ángulos son **coterminales** si poseen el mismo lado inicial y el mismo lado final.

Ejemplo: Los ángulos con amplitudes de coterminales.

Observa que 390° = 30° + 360

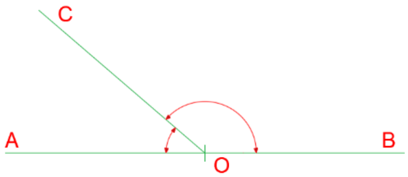


3.CLASES DE ÁNGULOS:

Dentro de los ángulos más conocidos están los ángulos agudos que son aquellos que miden menos de 90°, y los ángulos obtusos que miden más de 90° pero más de 180°. Aparte de estos existen otras clases que se determinan por la relación con otros ángulos.

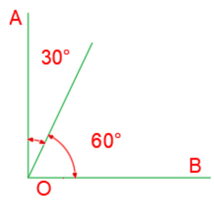
1. Ángulos Adyacentes

Están formados por un lado en común y el otro lado pertenece a una misma recta.



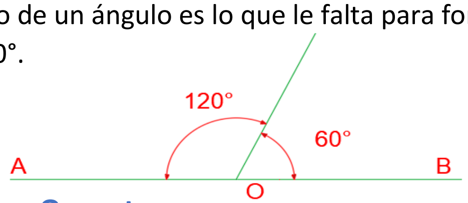
2. Ángulos Complementarios

Son los ángulos que forman un ángulo recto. El complemento de un ángulo es lo que le falta para formar otro de 90°.



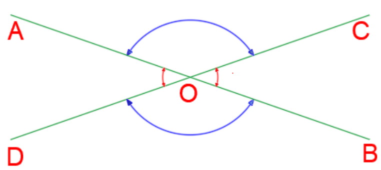
3. Ángulos Suplementarios

Son dos ángulos que forman un ángulo llano. El suplemento de un ángulo es lo que le falta para formar otro de 180°.



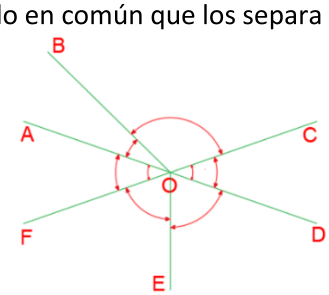
4. Ángulos Opuestos

Cuando los lados de dos ángulos son semirrectas opuestas.



5. Ángulos Consecutivos

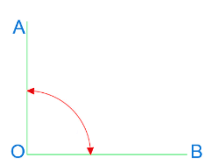
Cuando tienen un lado en común que los separa de otros dos ángulos.



6. Ángulos Agudos y Obtusos

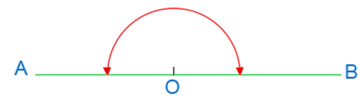
Ángulo Recto

Es un ángulo agudo que mide 90°

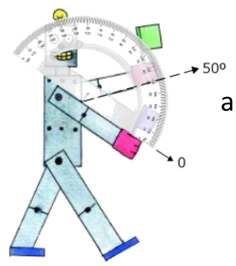


Ángulo Llano

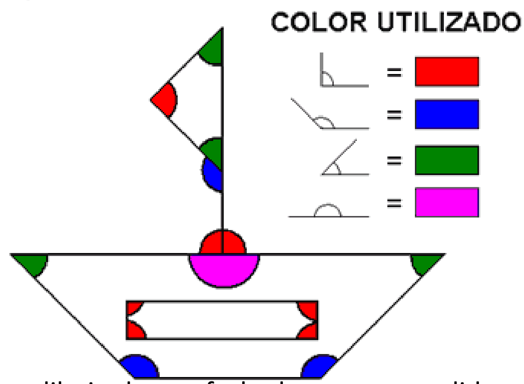
Está formado por dos semirrectas que pertenecen a la misma recta.



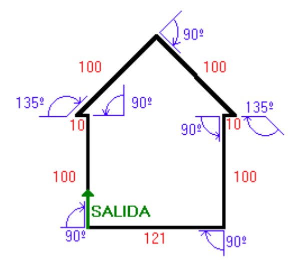
Actividad 1:



a. Medir y colocar al frente de cada ángulo cual es



b. Realizar un dibujo de una fachada y tomar medidas rectas en cm y los ángulos encontrados como en el siguiente ejemplo.



4.OPERACIONES DE ÁNGULOS:

Recordemos que los ángulos normalmente vendrán expresados en grados(°), minutos (‘) y segundos (´´)

Suma de ángulos:

Los pasos que debemos llevar a cabo para sumar dos ángulos son:

1º. Colocamos un ángulo debajo de otro, haciendo coincidir segundos con segundos, minutos con minutos y grados con grados, quedando determinadas de esta manera tres columnas.

2º. Sumamos cada uno de las columnas anteriores por separado.

3º. Tenemos que dejar todas las unidades, excepto los grados, con un número menor que 60 (entre 0 y 59). Para ello, comenzando por el final, es decir, por los segundos, en el caso de que sea mayor o igual a 60 dividimos la cantidad entre 60, de tal forma que el cociente será el número de minutos (en este caso, o de la unidad siguiente en cualquier otro) que le sumaremos a los que ya tenemos, y el resto el número de segundos que quedarán. Este proceso se repetirá con los minutos obtenidos si son mayor o igual de 60.

Ejemplo: *Realiza la suma de los siguientes ángulos: Â= 26° 42′ 51″ y Ḃ= 11° 30′ 14″.*
1º y 2º. Colocamos la suma por columnas y sumamos

https://www.youtube.com/watch?v=ntEv1MdNt2k

$$\begin{array}{r} 26^\circ\ 42'\ 51'' \\ +\ 11^\circ\ 30'\ 14'' \\ \hline 37^\circ\ 72'\ 65'' \end{array}$$

Recordemos que en el resultado los minutos y segundos me tienen que dar ente 1 y 59, si no da ese resultado se debe hacer lo siguiente:

$$65'' = 1'05''$$
$$37^\circ\ 72'\ 65''$$
$$37^\circ\ 72' + (1'05'') = 37^\circ\ 73'\ 05''$$

$$73' = 1^\circ\ 13'$$
$$37^\circ + (1^\circ\ 13')\ 05'' = 38^\circ\ 13'\ 05''$$

Resta de ángulos:

Los pasos que tenemos que seguir para poder restar ángulos son un poco más complejos:
1º. En primer lugar, igual que en el caso anterior, colocamos nuestros ángulos uno debajo de otro diferenciando en tres columnas.
2º. Una vez colocado, comenzamos a restar, empezando por los segundos. A la hora de restar, podemos encontrarnos con la situación de que el número de arriba sea menor que el de abajo, entonces, para poder hacer la resta, tendremos que quitar una unidad del orden superior (los minutos) y sumarle entonces 60 de tal forma que ya podremos realizar la resta. Este paso, se realizará las veces que sea necesario.
Ejemplo: Dados los siguientes ángulos: Â= 34 = 38° 13′ 41″ y Ḃ = 25° 47′ 6″, realiza la siguiente resta: Â – Ḃ.

1º. Colocamos los ángulos y restamos.

$$\begin{array}{r} 38^\circ\ 13'\ 41'' \\ -\ 25^\circ\ 47'\ \ 6'' \\ \hline 35'' \end{array}$$

2º. Con los segundos no hay problema, pero a la hora de restar los minutos como 13′ es mayor que 47′, entonces quitamos un minuto al ángulo de tal forma que nos quedan 37º, y 73′

$$\begin{array}{r} 37^\circ\ \ 73'\ \ \ \ \ \\ \cancel{38^\circ}\ \cancel{13'}\ 41'' \\ -\ 25^\circ\ 47'\ \ 6'' \\ \hline 12^\circ\ 26'\ 35'' \end{array}$$

Multiplicación de ángulos:

Cuando multiplicamos un número por un ángulo seguimos los siguientes pasos:
1º. Multiplicamos cada unidad por el número entero, tanto los grados, minutos y segundos.
2º. Por último, al igual que en la suma, dejamos todas las unidades excepto los grados entre 0 y 59.

Ejemplo: Multiplica el ángulo Â = 27° 18′ 34″ por 4.
1º. Multiplicamos cada unidad como hemos indicado:

$$\begin{array}{r} 27^\circ\ 18'\ 34'' \\ \times\ 4 \\ \hline 108^\circ\ 72'\ 136'' \end{array}$$

2º. Pasamos los segundos a minutos, que se añaden a los que tenemos, y por último se cambian los minutos.

$$\begin{array}{r} 108^\circ\ 72'\ 136'' \\ 2'\ \ 16'' \\ \hline 108^\circ\ 74'\ 16'' \\ 1^\circ\ 14'\ \ \ \ \ \ \\ \hline 109^\circ\ 14'\ 16'' \end{array}$$

División de ángulos:

Cuando dividimos un ángulo por un número entero seguimos los siguientes pasos:

1º. Para dividir el ángulo, al revés que, en los casos anteriores, comenzamos dividiendo los grados por el número entero, el resto obtenido, se multiplica por 60 y se pasa a los minutos. Repetimos el mismo proceso con los minutos y por último se dividen los segundos.

Ejemplo: Dividir el ángulo Â=50° 20′ 26″, por el número 12.
1º. Comenzamos dividiendo los minutos:

https://www.youtube.com/watch?v=Ks9uz85FXUk

$50° 20' 26'' \div 12 =$

- $50° \div 12 = 4,16°$
- $\boxed{140'} \div 12 = 11,66'$
- $\boxed{506''} \div 12 = 42,16''$

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 4° & 11' & 42'' \\
\hline
12 & 50° & 20' & 26'' \\
12x4= & -48° & & \\
 & 2°x\,60= & +120' & \\
 & & \boxed{140'} & \\
 & 12x11= & -132' & \\
 & & 8'x60''+ & 480'' \\
 & & & \boxed{506''} \\
 & & 12x42'' = & -504'' \\
 & & & 2''
\end{array}
$$

Actividad 2:

Realizar las siguientes operaciones con ángulos:

$$\begin{array}{r} 54° \; 45' \; 16'' \\ +\; 32° \; 28' \; 38'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68° \; 39' \; 55'' \\ +\; 29° \; 54' \; 32'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71° \; 29' \; 29'' \\ +\; 16° \; 43' \; 35'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32° \; 56' \; 35'' \\ +\; 75° \; 21' \; 35'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27° \; 54' \; 21'' \\ +\; 45° \; 18' \; 39'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81° \; 22' \; 25'' \\ -\; 29° \; 54' \; 48'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65° \; 29' \; 19'' \\ -\; 16° \; 43' \; 35'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 89° \; 34' \; 43'' \\ -\; 75° \; 21' \; 35'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44° \; 15' \; 43'' \\ -\; 35° \; 48' \; 55'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 52° \; 25' \; 15'' \\ -\; 31° \; 42' \; 53'' \\ \hline \end{array}$$

Realiza los siguientes productos:

a. 56º 20' 40" x 2

b. 37º 42' 15" x 4

c. 125º 15' 30" x 2

d. 24º 50' 40" x 3

e. 33º 33' 33" x 3

f. 17º 43' 34" x 2

Realiza las siguientes divisiones:

a. 56º 20' 40" ÷ 5

b. 37º 42' 15" ÷ 4

c. 125º 15' 30" ÷ 5

d. 25º 50' 40" ÷ 6

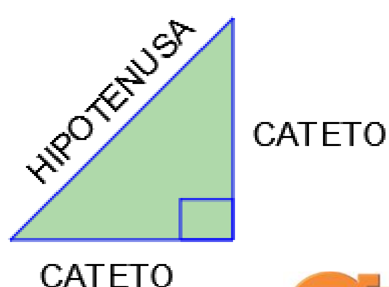
e. 33º 33' 33" ÷ 2

f. 17º 43' 34" ÷ 2

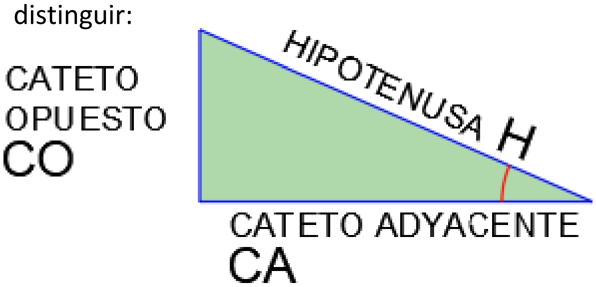
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/Descartes1/1y2_eso/Medicion_de_angulos/Angulos2.htm

5.TRIÁNGULO RECTÁNGULO:

En un triángulo sus lados reciben el nombre de **catetos** y el lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**.



Para cada ángulo agudo de un triángulo se puede distinguir:



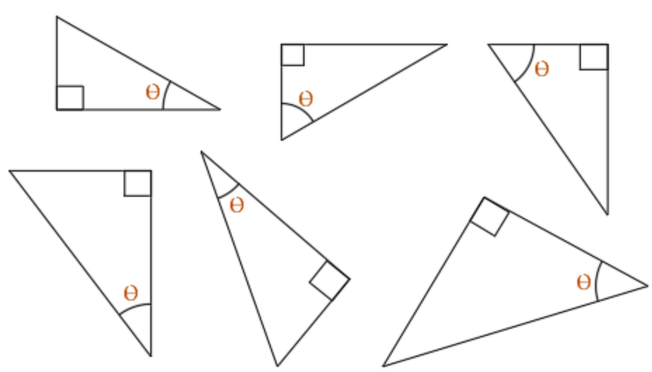
https://www.youtube.com/watch?v=FUMlQtJfrHo

Para identificar una hipotenusa, catetos opuesto y adyacente a un Angulo en un triángulo rectángulo, se debe identificar el ángulo recto que esta formado por los dos catetos, luego debo hallar la hipotenusa que es el único lado que no toque al ángulo recto ósea el lado opuesto al ángulo recto esa es la hipotenusa, siendo el lado más largo del triángulo.

El cateto opuesto es porque esta al otro lado del ángulo indicado y cateto adyacente es porque esta cerca o pegado al ángulo indicado.

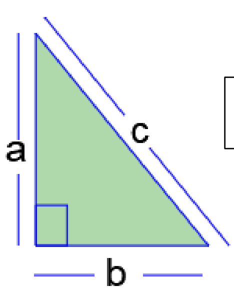
Actividad 3:

Identificar el cateto opuesto, cateto adyacente y la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.



6.TEOREMA DE PITÁGORAS

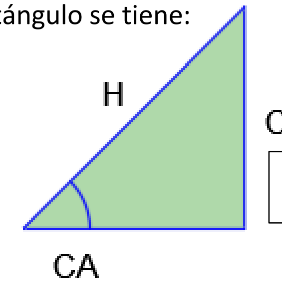
En un triángulo la relación entre los lados se expresa mediante el teorema de Pitágoras.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

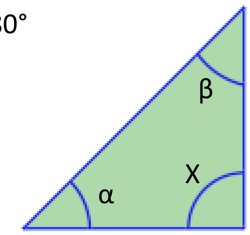
https://www.youtube.com/watch?v=2UbdPiqAiHY

En particular, para un ángulo agudo α de un triángulo rectángulo se tiene:



$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

En todo triángulo sus tres ángulos están relacionados por la fórmula: $\alpha + \beta + x = 180°$

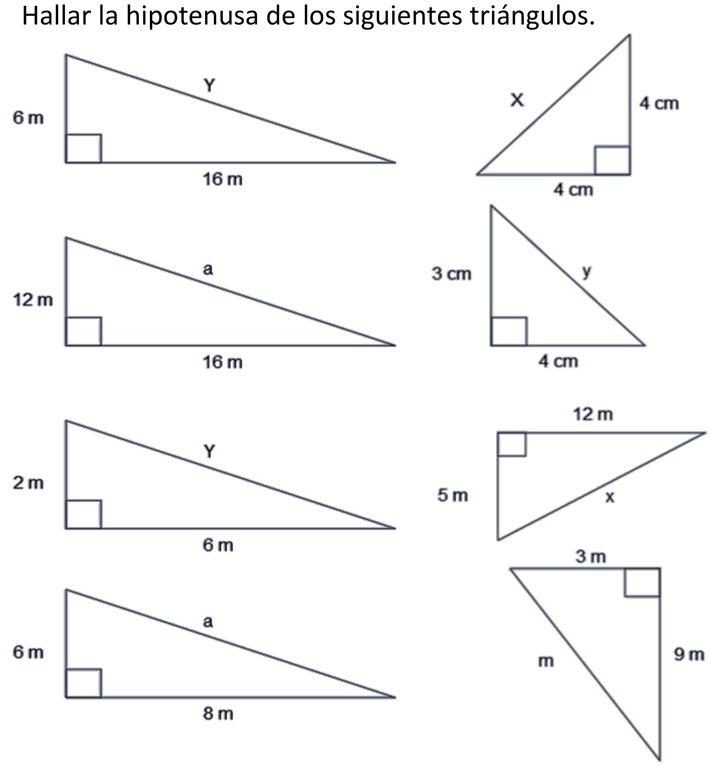


En particular en un triángulo rectángulo los ángulos agudos que lo conforman, α y β, se relacionan mediante la fórmula: $\alpha + \beta = 90°$

El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Actividad 4:

Hallar la hipotenusa de los siguientes triángulos.



Para hallar el valor de un cateto despejando la ecuación nos quedaría así:

$h^2 = a^2 + b^2$

$h^2 – b^2 = a^2$

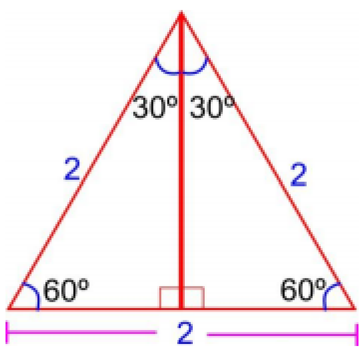
$a^2 = h^2 – b^2$

https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k

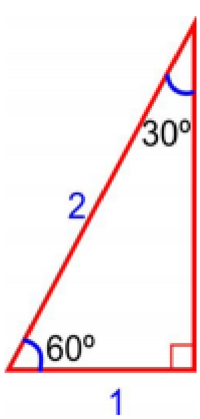
7.RAZONES TRIGONOMÉTRICAS SENO, COSENO Y TANGENTE

https://www.youtube.com/watch?v=rQSuqLrhn7E

Las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo implican un ángulo recto, es decir, un ángulo con una medida de 90º. Considera un triángulo equilátero cuya longitud de sus lados es igual a dos unidades. Ahora, por ser éste equilátero, la amplitud de sus ángulos es congruentes cuya medida es de 60º.



Al cortar dicho triángulo equilátero exactamente por la mitad, corta la longitud del lado exactamente a la mitad y la amplitud del ángulo exactamente a la mitad, por lo que se obtienen los siguientes dos triángulos rectángulos cuyas medidas son las siguientes: La longitud del lado faltante lo obtienes a través del teorema de Pitágoras.



$c_2 = a_2 + b_2$

$a_2 = c_2 – b_2$

$a_2 = (2)_2 – (1)_2$

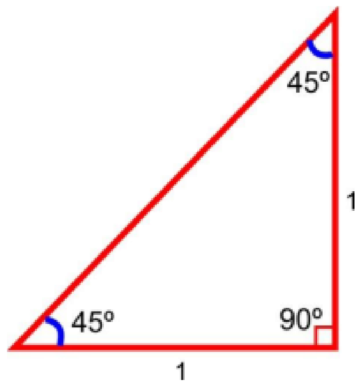
$a_2 = 4 – 1 = 3$

$a = \sqrt{3}$

Sus respectivas razones trigonométricas correspondientes son:

Ángulo 30°		Ángulo 60°	
$\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$	$\csc 30° = 2$	$\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sec 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\sec 60° = 2$
$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\cot 30° = \sqrt{3}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$	$\cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ahora, considera un triángulo isósceles, la propiedad de los ángulos isósceles señala que, al poseer dos lados iguales, los ángulos opuestos a dichos lados también son iguales. Si dicho triángulo es un triángulo rectángulo y al mismo tiempo isósceles, la medida de los ángulos y lados queda determinada bajo las siguientes características:



$c2 = a2 + b2$

$c2 = (1)2 + (1)2$

$c2 = 1 + 1 = 2$

$c = \overline{2}$

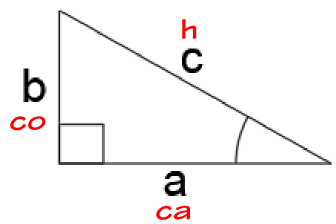
Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180º entonces, como ya tienes uno de 90º y dos iguales, tienes algo de la forma: 180º - 90º = 2x, despejando y realizando las operaciones necesarias obtienes que x = 45º, dicho valor corresponde a la amplitud de cada uno de los ángulos congruentes en el triángulo rectángulo isósceles. Como observas en la imagen, falta determinar un lado del triángulo el cual corresponde al valor de la hipotenusa, pero, con la ayuda del teorema de Pitágoras es fácil que obtengas su valor

Ángulo 45°	
$\text{sen } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\csc 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$
$\cos 45° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sec 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$
$\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$	$\cot 45° = \frac{1}{1} = 1$

https://www.youtube.com/watch?v=W4DpA-puWgw&list=PLeySRPnY35dEAIFYvOhtD2cztVuq15qw1&index=2

sen α	cos α	tan α	cot α	sec α	csc α
$\frac{co}{hip}$	$\frac{ca}{hip}$	$\frac{co}{ca}$	$\frac{ca}{co}$	$\frac{hip}{ca}$	$\frac{hip}{co}$

Ejemplo:



sen α = $\frac{b}{c}$

cos α = $\frac{a}{c}$

tan α = $\frac{b}{a}$

csc α = $\frac{c}{b}$

sec α = $\frac{c}{a}$

cot α = $\frac{a}{b}$

Actividad 5:

Hallar las razones trigonométricas de los siguientes triángulos: