

TIEMPO DE EJECUSIÓN DE LA GUÍA; _____ (HOARAS CLASE) _____ FECHA: _____

PROPOSITOS: reconocer la importancia del desarrollo de los pensamientos matemáticos por medio de las operaciones básicas en diferentes aplicaciones.

TEMAS INVOLUCRADOS:

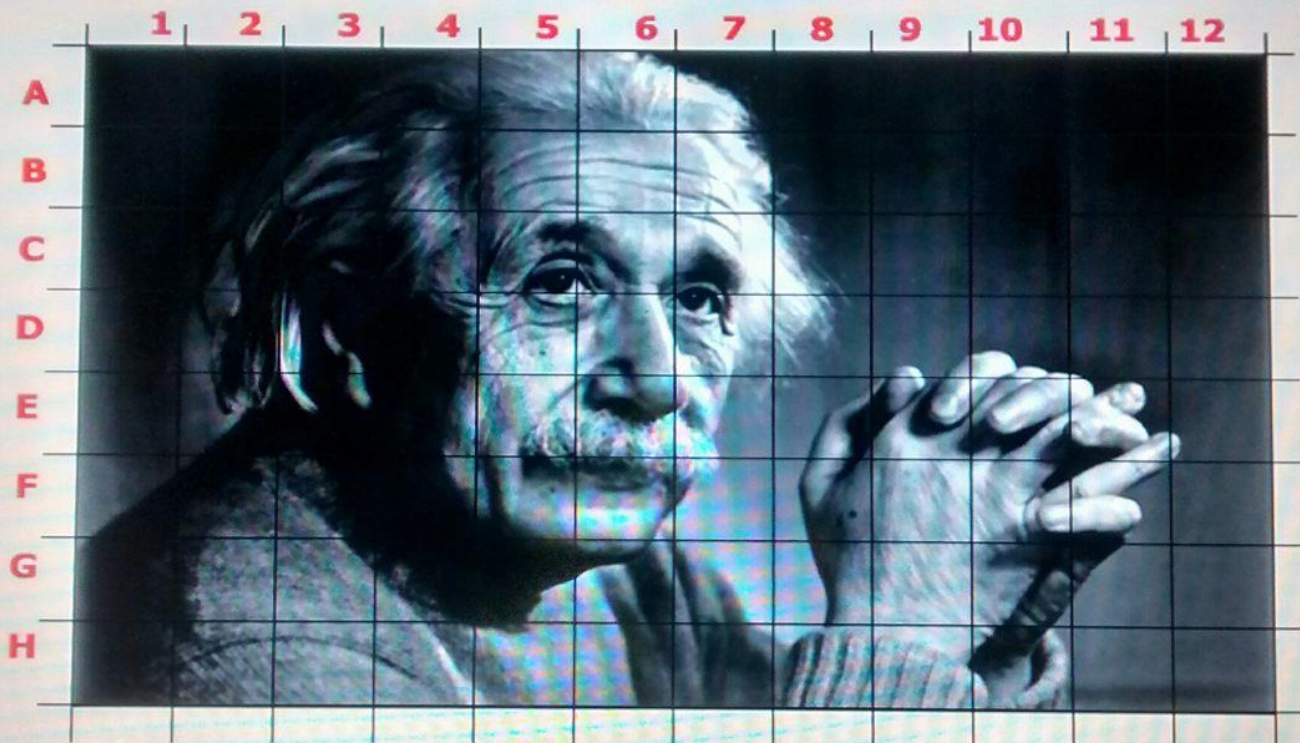
Mínimo común múltiplo

Máximo común divisor

Operaciones entre fraccionarios

LOGRO: al terminar el tema, los estudiantes deben estar en condiciones de reconocer las características que identifican y resolver cada una de las operaciones.

ENCONTRAR LAS IMAGENES QUE SE INDICAN ABAJO



Ingresar
Coordenadas
Letra y Número →

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

CONTROL

Mínimo común múltiplo

<https://www.youtube.com/watch?v=kxDeTxbnk-c>

El número más pequeño (no cero) que es múltiplo de dos o más números.

El nombre de mínimo común múltiplo está hecho de las partes *mínimo*, *común* y *múltiplo*:

¿Qué es un "múltiplo"?

Los múltiplos de un número son lo que tienes cuando lo multiplicas por otros números (si lo multiplicas por 1, 2, 3, 4, 5, etc.) como en las tablas de multiplicar.

Aquí tienes ejemplos:

Los múltiplos de 3 son 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, etc...

Los múltiplos de 12 son 12, 24, 36, 48, 60, 72, etc...

¿Qué es un "múltiplo común"?

Si tienes dos (o más) números, y miras entre sus múltiplos y encuentras el mismo valor en las dos listas, esos son los múltiplos *comunes* a los dos números.

Por ejemplo, si escribes los múltiplos de dos números diferentes (digamos 4 y 5) los múltiplos *comunes* son los que están en las dos listas:

Los múltiplos de 4 son 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44,...

Los múltiplos de 5 son 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,...

¿Ves que 20 y 40 aparecen en las dos listas? Entonces, los múltiplos comunes de 4 y 5 son: 20, 40 (y 60, 80, etc. también)

¿Qué es el "mínimo común múltiplo"?

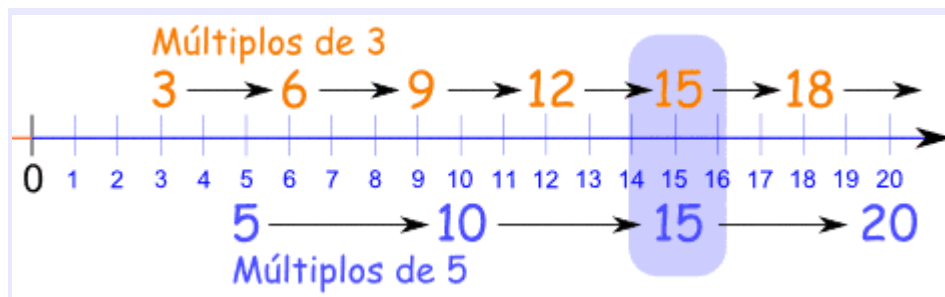
Es simplemente el más pequeño de los múltiplos comunes. En el ejemplo anterior, el menor de los múltiplos comunes es 20, así que el *mínimo* común múltiplo de 4 y 5 es 20.

Calcular el mínimo común múltiplo

En realidad es muy fácil de hacer. Sólo escribe los múltiplos de los números hasta que encuentres uno que coincida.

Ejemplo 1: encuentra el mínimo común múltiplo de 3 y 5:

Los múltiplos de 3 son 3, 6, 9, 12, 15, ..., y los múltiplos de 5 son 5, 10, 15, 20, ..., así:



Como puedes ver en esta línea de números, el primer múltiplo que coincide es el 15. Respuesta: 15

Y puedes calcular el mínimo común múltiplo de 3 (o más) números.

Ejemplo 2: calcula el mínimo común múltiplo de 4, 6 y 8

Los múltiplos de 4 son: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...

Los múltiplos de 6 son: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

Los múltiplos de 8 son: 8, 16, 24, 32, 40,

Entonces 24 es el mínimo común múltiplo de (¡no podemos encontrar uno más pequeño!)

Pista: puedes hacer listas más pequeñas de los números más grandes.

Actividad para el cuaderno:

1. Teniendo en cuenta lo anterior encuentra:

MCM:

- a. (9,10,15)
- b. (8,14,20)

2. Juan tiene la gripe y toma un jarabe cada 8 horas y una pastilla cada 12 horas.

Acaba de tomar los dos medicamentos a la vez.

¿De aquí a cuantas horas volverá a tomárselos a la vez?

3. Luís va a ver a su abuela cada 12 días, y Ana cada 15 días.

Hoy han coincidido los dos. ¿De aquí a cuantos días volverán a coincidir en casa de su abuela?

Máximo común divisor

<https://www.youtube.com/watch?v=e4Kd38jkFaQ>

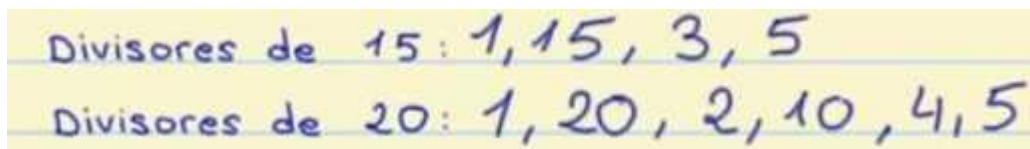
¿Qué es el Máximo Común Divisor (MCD)?

Es el mayor número que divide exactamente a dos o más números.

Términos:

- **Divisor:** El divisor de un número es el valor que divide al número en partes exactas, es decir, que el resto sea cero.

Vamos a ver un ejemplo de esto:



Divisores de 15: 1, 15, 3, 5
Divisores de 20: 1, 20, 2, 10, 4, 5

Vamos a calcular los divisores de 15:

$15 / 1 = 15$, por lo que 1 y 15 son divisores de 15.

$15 / 2 = 7$, el resto es 1, por lo que 2 no es divisor de 15.

$15 / 3 = 5$, por lo que 3 y 5 son divisores de 15.

$15 / 4 = 3$, el resto es 3, por lo que 4 no es divisor de 15.

Ahora deberíamos dividir entre 5 pero como ya lo tenemos como divisor, ya hemos acabado de calcular los divisores de 15.

Ahora vamos a calcular los divisores de 20.

$20 / 1 = 20$, por lo que 1 y 20 son divisores de 20.

$20 / 2 = 10$, por lo que 2 y 10 son divisores de 20.

$20 / 3 = 6$, el resto es 2, por lo que 3 no es un divisor de 20.

$20 / 4 = 5$, por lo que 4 y 5 son divisores de 20.

Ahora deberíamos dividir entre 5 pero como ya lo tenemos como divisor, ya hemos acabado de calcular los divisores de 20.

- **Divisor Común:** Es un número que es divisor a la vez de dos o más números, es decir, es un divisor común a esos números.

Si seguimos con el ejemplo anterior, en el que hemos calculado los divisores de 15 y de 20, ahora vamos a ver cuáles son los divisores comunes.

Y en este caso, los divisores comunes de 15 y 20 son el 1 y el 5.

- **Máximo Común Divisor:** Es el número más grande de los divisores comunes.

Por lo que si seguimos con el ejemplo anterior, el Máximo Común Divisor de 15 y 20 es 5.

¿Cómo encontrar el Máximo Común Divisor?

Vamos a ver diferentes métodos para encontrar el MCD.

- **Método 1:** Escribimos todos los divisores de cada número, y de éstos señalamos los divisores comunes. El divisor mayor será el MCD de esos números. Este método es el que ya hemos explicado antes.
- **Método 2:** Descomponemos cada número en factores primos. Después, señalamos los factores comunes. A continuación, escogemos el factor con menor exponente. Y por último, multiplicamos los factores elegidos.

Vamos a ver un ejemplo:

Calculamos el M.C.D de 8 y 12.

Ejemplo: M.C.D. (8, 12) = 4 ✓

8		2
4		2
2		2
1		1

12		2
6		2
3		3
1		1

$8 = 2^3$
 $12 = 2^2 \times 3$
 $2^2 = 4$

Actividad en tu cuaderno

- María quiere dividir una cartulina de 40 cm. de largo y 30 cm. de ancho en cuadrados iguales, tan grandes como sea posible, de forma que no le sobre ningún trozo de cartulina.
¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?
- Eva tiene una cuerda roja de 15 m. y una azul de 20 m.
Las quiere cortar en trozos de la misma longitud, de forma que no sobre nada.
¿Cuál es la longitud máxima de cada trozo de cuerda que puede cortar?
- Halla el máximo común divisor de los siguientes pares de números.

40 y 60

35 y 48

70 y 62

100 y 150

m.c.d. (40, 60) =

m.c.d. (35, 48) =

m.c.d. (70, 62) =

m.c.d. (100, 150) =

225 y 300

415 y 520

m.c.d. (225, 300) =

m.c.d. (415, 520) =

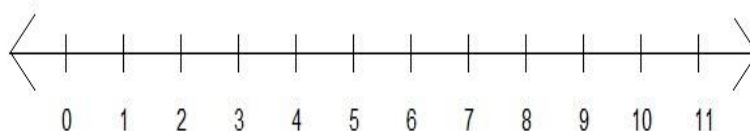
Conjunto de número fraccionarios

<https://www.youtube.com/watch?v=z19Jz0uS9Sg>

Los números naturales son números enteros, representan unidades. Pero, entre un número natural y otro hay una clase distinta, los que representan una parte de la unidad. Estos son **LOS NUMERO FRACCIONARIOS**.

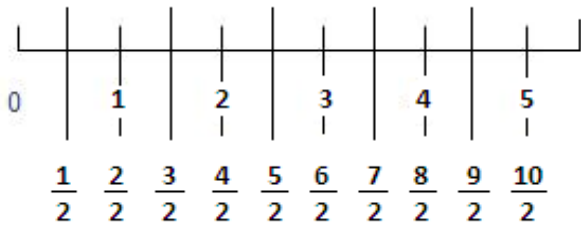
Veamos cómo se representan los números naturales en una recta numérica:

¿Ves? Entre un número natural y otro número natural quedan espacios que podemos subdividir.



Los espacios entre dos números naturales se llaman INTERVALOS

Por ejemplo, en 2.



Al dividir cada intervalo en 2, obtenemos fracciones de denominador 2: un medio, dos medios, tres medios, etc.

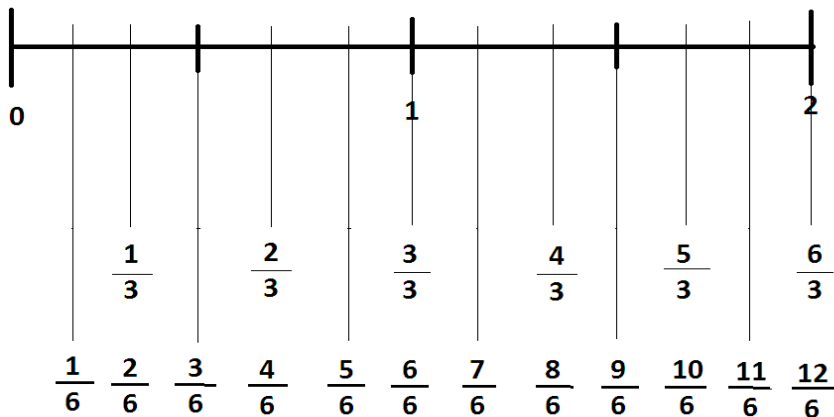
ATENCIÓN:

Toda fracción representa una división.

Algunas fracciones equivalentes a esos números:

$$\frac{2}{2} = 1 \quad \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{6}{2} = 3 \quad \frac{8}{2} = 4 \quad \frac{10}{2} = 5$$

En una recta numérica en la que están indicados el 0, el 1 y el 2, dividimos cada intervalo en 3. Y luego cada uno de los tercios resultantes en 2.



Cuando divido por 3 cada intervalo obtengo "tercios" y cuando cada tercio en 2 obtengo "sextos"

¿Cuáles son las fracciones equivalentes?

Las que coinciden en un mismo punto.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \frac{3}{3} = \frac{6}{6} \quad \frac{4}{3} = \frac{8}{6} \quad \frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

En todos los casos, la segunda fracción es el resultado de multiplicar el numerador y el denominador por 2.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6} \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6} \quad \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{6}$$

Operaciones entre fraccionario

SUMA Y SUSTRACCION

<https://www.youtube.com/watch?v=lfNG5UTrOYs>

Las fracciones también se transforman y cambian cuando realizamos operaciones.

¿Cómo hacemos para sumar y restar fracciones de denominador distinto?

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{3}{5}$$

Tengo que transformar en fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Lo hacemos generando **fracciones equivalentes**.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{10}{3} + \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{10+9}{15} \Rightarrow \frac{19}{15}$$

¿Estendiste?

1. Se multiplica los en cruz los numeradores con los denominadores.
2. Se multiplica los denominadores.
3. Se suman los numeradores.

Para restar:

Resta de fracciones de igual denominador

$$\frac{8}{4} - \frac{5}{4} = \frac{8-5}{4} = \frac{3}{4}$$

← Se restan los numeradores → ← Se pone el mismo denominador →

$$\frac{8}{4} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

Restaremos

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$$

1. Multiplica los **numeradores** en cruz

$$\frac{5}{6} \times \frac{2}{3} \Rightarrow 5 \times 3 = 15 \quad - \quad 2 \times 6 = 12$$

2. Resta los **resultados** $15 - 12 = 3$

3. Multiplica los **denominadores**

denominador del resultado.

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow [6 \times 3 = 18]$$

4. La fracción quedará convertida en

$$\frac{3}{18}$$

5. Encuentra el máximo común divisor entre el **numerador** y el **denominador**.

$$\frac{3 \div 3}{18 \div 3} = \frac{1}{6}$$

Fracción Propia: El numerador es menor que el denominador.

Multiplicación y División

<https://www.youtube.com/watch?v=8TewxuHfIVg>

En la multiplicación de fracciones, las fracciones homogéneas y heterogéneas se multiplican de la misma forma:

$$\text{Ejemplo: } \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Factorización Prima y simplificación

En la división de fracciones, siempre se cambia a multiplicación y la segunda fracción cambia a su recíproco.

Ejemplo:

$$\frac{3}{5} \div \frac{4}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{7} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{7}$$

Fórmulas para recordar

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{Suma de Fracciones homogéneas}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd} \quad \text{Suma de Fracciones heterogéneas}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad \text{Resta de Fracciones homogéneas}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd} \quad \text{Resta de Fracciones heterogéneas}$$

$$\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd} \quad \text{Multiplicación de Fracciones}$$

$$\frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{ad}{cb} \quad \text{División de Fracciones}$$

ACTIVIDAD

1. Resuelve:

3 y 5

Múltiplos de 3:

Múltiplos de 5:

MCM:

4 y 7

Múltiplos de 4:

Múltiplos de 7:

MCM:

5 y 8

Múltiplos de 5:

Múltiplos de 8:

MCM:

6 y 9

Múltiplos de 6:

Múltiplos de 9:

MCM:

15 y 20

Divisores de 15:

Divisores de 20:

MCD:

24 y 30

Divisores de 24:

Divisores de 30:

MCD:

32 y 40

Divisores de 32:

Divisores de 40:

MCD:

40 y 50

Divisores de 40:

Divisores de 50:

MCD:

- Abe va a plantar 54 robles y 27 pinos. A Abe le gustaría plantar los árboles en filas que tengan el mismo número de árboles y que estén conformadas por un solo tipo de árbol. **¿Cuál es el mayor número de árboles que Abe puede tener en cada fila?**
- Se desean repartir 180 libros, 240 juguetes y 360 chokolatinas entre cierto número de niños, de tal modo que cada uno reciba un número exacto de cada uno de esos elementos. **¿Cuál es el mayor número de niños que puede beneficiarse así y qué cantidad recibe cada uno?**
- Se desean ordenar 108 latas de aceite y 360 latas de yerba en un cierto número de cajones que contengan el mismo número de latas, sin que sobre ninguna y sin mezclar las latas. **¿Cuál será el mayor número posible de latas que pueden ponerse en cada cajón?**

5. Un jardinero desea colocar 720 plantas violetas, 240 de pensamientos, 360 de jacintos y 480 de claveles en el menor número posible de tallistas que contengan el mismo número de plantas, sin mezclar las mismas. ¿Qué cantidad de plantas debe contener cada tallista y cuántos hay?
6. Se tiene 160 y 168 sustancias distintas. Se quieren envasar en el menor número posible en frascos iguales sin mezclar las sustancias. ¿Cuál es el número de frascos de cada clase?

7. Resuelve las siguientes sumas:

$$a) \frac{1}{6} + \frac{3}{12} = -$$

$$f) \frac{5}{14} + \frac{3}{7} = -$$

$$b) \frac{3}{7} + \frac{9}{21} = -$$

$$g) \frac{4}{8} + \frac{3}{20} = -$$

$$c) \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = -$$

$$h) \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = -$$

$$d) \frac{4}{10} + \frac{3}{12} = -$$

$$i) \frac{7}{10} + \frac{12}{14} = -$$

$$e) \frac{4}{15} + \frac{7}{10} = -$$

$$j) \frac{8}{2} + \frac{7}{4} = -$$

8. Resuelve las siguientes restas:

$$\frac{23}{7} - \frac{14}{7} =$$

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} =$$

$$\frac{43}{11} - \frac{29}{11} =$$

$$\frac{3}{6} - \frac{5}{15} =$$

$$\frac{89}{13} - \frac{78}{13} =$$

$$\frac{4}{6} - \frac{5}{8} =$$

$$\frac{103}{19} - \frac{94}{19} =$$

9. Multiplica y divide las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \text{---}$$

$$\frac{10}{9} \times \frac{2}{3} = \text{---}$$

$$\frac{7}{4} \times \frac{5}{2} = \text{---}$$

$$\frac{8}{5} \times \frac{2}{3} = \text{---}$$

$$\frac{2}{11} \times \frac{1}{5} = \text{---}$$

$$\frac{8}{7} \times \frac{3}{7} = \text{---}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{7} = \text{---}$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{3}{2} = \text{---}$$

$$\frac{6}{5} \times \frac{1}{2} = \text{---}$$

$$\frac{20 \div 2}{18 \div 2} = \text{---}$$

$$\frac{27 \div 3}{9 \div 3} = \text{---}$$

$$\frac{25 \div 5}{15 \div 5} = \text{---}$$

$$\frac{30 \div 6}{24 \div 6} = \text{---}$$

$$\frac{49 \div 7}{14 \div 7} = \text{---}$$

$$\frac{64 \div 8}{16 \div 8} = \text{---}$$